

Produkte bewerten - 3.-6.-Klasse - Forscherauftrag

Muster im Kreis und Sternfiguren – Hinweise

Aufgabenstellungen	<p>Aufgabe 1: Du untersuchst verschiedene Formen und Sternfiguren im Kreis. Wähle einen Abstand. Dieser bleibt immer gleich. Beginne mit deiner Linie immer beim Punkt 0. Endet deine Figur nicht bei der 20, dann zähle einfach weiter. Welche Figuren entstehen?</p> <p>Aufgabe 2: Untersuche die gefundenen Figuren. Beachte dabei die Anzahl Strecken, die Ecken, die Teilflächen und die Anzahl Umgänge. Stelle dies in einer Tabelle dar. Was fällt dir auf?</p> <p>Weitere und weiterführende Aufgabenstellungen: <i>(Als KV hinten in diesem Dokument zu finden)</i></p> <p>Aufgabe 3: a) Untersuche das Quadrat und das Fünfeck: auf wie viele Arten kannst du ein Quadrat oder ein regelmässiges Fünfeck auf der 20-er Uhr zeichnen? Jetzt darfst du auch auf einer anderen Position starten. b) Untersuche nun ein Dreieck auf der 20-er Uhr. Was fällt dir auf? Sei hartnäckig und forsche weiter und weiter...! (Wichtig: findet die/der Lernende nicht heraus, dass ein regelmässiges Dreieck nicht möglich ist, benötigt sie/er einen Impuls/Hinweis. Darauf aufbauend können mögliche Dreiecke untersucht werden)</p> <p>Aufgabe 4: a) Untersuche auf der 60-er Uhr regelmässige Figuren – man nennt diese auch regelmässige Vielecke – bei denen NICHT alle Punkte berührt werden. b) Untersuche auf der 60-er Uhr regelmässige Sternfiguren – bei denen möglichst wenig Punkte berührt werden. c) Untersuche auf der 60-er Uhr was es noch zu entdecken gibt. Was möchtest du herausfinden?</p> <p>Alternativ kann die Aufgabe 1 auch auf dem 10-er-Kreis bearbeitet werden. (KV)</p>
Hintergrund Bezug zum LP21	<p>In dieser Aufgabenstellung untersuchen die Lernenden im ersten Schritt geometrische Formen und Figuren. Damit steht der Kompetenzbereich Form und Raum im Fokus sowie die Handlungsaspekte Erforschen und Argumentieren und gleichermassen Mathematisieren und Darstellen. Ohne Umschweife tauchen die Lernenden aber auch in die Welt von Zahl und Variable ein. Darin wird primär die Teilbarkeit von Zahlen, bzw. deren Vielfache z.T. fast <i>beiläufig</i> untersucht.</p> <p>Gefordert und gefördert werden mit dieser Aufgabe...</p> <ul style="list-style-type: none"> – geometrische Muster untersuchen, diese sowohl geometrisch wie arithmetisch beschreiben. – das kleine Einmaleins und davon ausgehend Teiler und Vielfache. – systematische Vorgehen und genaues Arbeiten. – das Beschreiben der gefundenen Gesetzmässigkeiten. – das Beschreiben des eigenen Denk- und Lösungsweges. <p><i>Hinweis: Der Einfachheit halber wurde im Auftragsblatt grundsätzlich der Begriff Figur aufgenommen, wenn gleich es eine Unschärfe zur Begrifflichkeit Form gibt.</i></p>
Verankerung Lehrmittel Thematik	<ul style="list-style-type: none"> – Der hier vorgestellte Forscherauftrag wurde im Rahmen der Startveranstaltungen zum LP21 im Kanton Bern in allen Zyklen vorgestellt und bearbeitet. Entsprechend kann diese Herausforderung auch im Zyklus 1 (z.B. mit einem Kreis-Nagelbrett) mit dem Faden gezogen und dem Blick auf entstehende Muster und Formen umgesetzt werden. Gleiches ist im Zyklus 3 möglich, in dem auch die Konstruktion eines regelmässigen Vielecks als Ausgangspunkt stehen kann. – Quellenhinweis: Die Aufgabe findet sich im Band «Lernumgebungen im Mathematikunterricht» / Hirt-Wälti, 2008, ebenso in ähnlicher Art und Weise in der Zeitschrift «Grundschule Mathematik», 2006/08 mit «Muster an der Zehneruhr». Gleichzeitig ist diese als Produktbewertung im Lehrmittel MATHWELT2 aufgenommen.
Voraussetzungen	<p>Arbeitsmaterial: Für die Bearbeitung sind ausser der Kopiervorlage keine weiteren Materialien notwendig.</p>
Didaktische Hinweise	<p>Die Aufgabenstellung kann durch das ganze Schuljahr hindurch bearbeitet werden. Wichtig ist einzig eine bewusste Inszenierung in die Aufgabenstellung, um allen Lernenden einen Einstieg in eine Forscherphase zu ermöglichen.</p>

Im Band «Lernumgebungen im Mathematikunterricht» (S.224) finden sich in Bezug zur Heterogenität neben den hier aufgeführten möglichen Beurteilungskriterien weitere hilfreiche Beobachtungspunkte, in welche Richtung Lernende mit der Aufgabe gehen können:

Zur Heterogenität	<p>Kinder mit einfachen Lösungen ...</p> <ul style="list-style-type: none"> ... beschäftigen sich mit vorgegebenen Figuren und fahnen diesen mit einem Stift nach. ... beschreiben und zeichnen einfache Muster. ... zeichnen Figuren mit schönen Mustern. ... zeichnen Rechtecke, Quadrate und Dreiecke ... in verschiedenen Lagen. 	<p>Kinder mit anspruchsvollen Lösungen...</p> <ul style="list-style-type: none"> ... gestalten komplexe, regelmäßige Figuren. ... erforschen die Systematik von Endlossternen im 20er-Kreis. ... untersuchen Kreise mit verschiedener Einteilung. ... formulieren allgemeine Aussagen. ... beschreiben Figuren, die bei einem Kreis mit Einteilung n und der Sehnenlänge m entstehen.
-------------------	---	--

Im [Dokument](#) «Ausgewählte Merkmale eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts» sind exemplarisch Bezüge zu dieser Aufgabe aufgenommen. Diese illustrieren konkret, inwieweit mit dieser reichhaltigen Aufgabe guter Mathematikunterricht gestaltet werden kann. Wichtigster Unterschied hierbei ist der Umstand, dass dieser Forschungsauftrag summativ bewertet wird. Damit sind in der Forschungsphase kooperative Sequenzen tendenziell weniger möglich.

Link: <https://www.phbern.ch/lehrplan-21/grundlagen/unterrichts-entwicklung.html>

https://www.phbern.ch/fileadmin/user_upload/Dokumente-Microsites/Lehrplan_21/Math_Merkmale.pdf

Muster im Kreis und Sternfiguren – Lösungshinweise

Aufgabe 1: Du untersuchst verschiedene Formen und Sternfiguren im Kreis. Wähle einen Abstand. Dieser bleibt immer gleich. Beginne mit deiner Linie immer beim Punkt 0. Endet deine Figur nicht bei der 20, dann zähle einfach weiter. Welche Figuren entstehen?

Die untenstehende Tabelle gibt Auskunft, welche Figuren mit welchem Abstand entstehen. Der Kern der Sache liegt im Umstand, dass bei kgV 20 ein regelmässiges Vieleck entsteht, bei einem grösseren kgV eine Sternfigur.

Aufgabe 2: Untersuche die gefundenen Figuren. Beachte dabei die Anzahl Linien, die Ecken, die Teilflächen und die Anzahl Umgänge. Stelle dies in einer Tabelle dar. Was fällt dir auf?

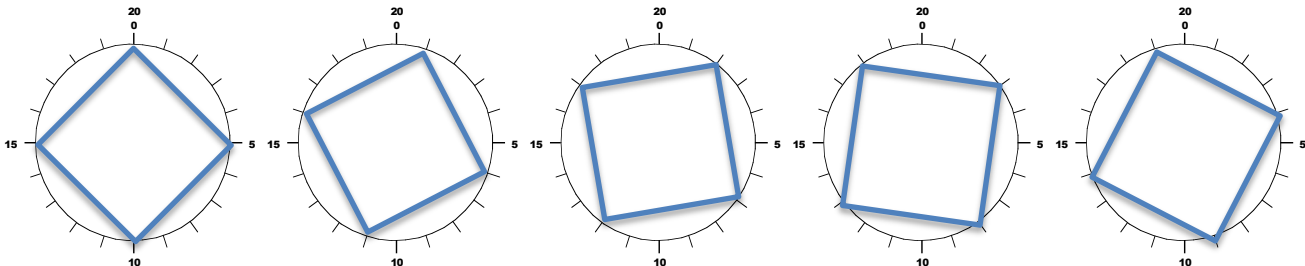
Abstand Sehnenlänge	Verbundene Ecken	Form	Anzahl der Umgänge	Anzahl der Teilflächen	Anzahl Sehnen / Linien
1	alle 20	20-eck	1	1	20
2	10	10-eck	1	1	10
3	alle 20	Sternfigur mit 20 Zacken	3	41	20
4	5	5-eck	1	1	5
5	4	4-eck / Quadrat	1	1	4
6	10	Sternfigur mit 10 Zacken	3	21	10
7	alle 20	Sternfigur mit 20 Zacken	7	121	20
8	5	Sternfigur mit 5 Zacken	2	6	5
9	alle 20	Sternfigur mit 20 Zacken	9	161	20
10	2	Nur ein Strich hin und zurück / Sehne	Kein Umgang	Keine Teilfläche	1
11	alle 20 (wie 9-er)	Sternfigur mit 20 Zacken	9	161	20
12	5 (wie 8-er)	Sternfigur mit 5 Zacken	2	6	5
13	alle 20 (wie 7-er)	Sternfigur mit 20 Zacken	7	121	20
14	10 (wie 6-er)	Sternfigur mit 10 Zacken	3	21	10
15	4 (wie 5-er)	4-eck / Quadrat	1	1	4
16	5 (wie 4-er)	5-eck	1	1	5
17	alle 20 (wie 3-er)	Sternfigur mit 20 Zacken	3	41	20
18	10 (wie 2-er)	10-eck	1	1	10
19	alle 20 (wie 1-er)	20-eck	1	1	20
20	1	Punkt	Kein Umgang	Keine Teilfläche	0

Daraus gilt:

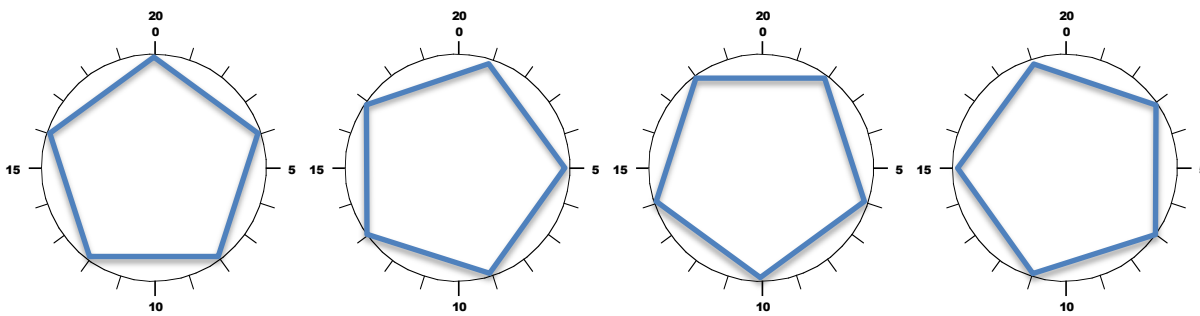
(ohne die Idee, dass hier alle Lernende mehrere Gesetzmässigkeiten herausfinden sollten, aber einige Lernenden das Eine oder Andere herausfinden können):

- Verbundene Ecken = Anzahl Sehnen
- Der 8-er Abstand ist identisch zum 12-er Abstand, geometrisch besteht hier kein Unterschied, da die Richtung (Uhrzeiger oder Gegenuhrzeigersinn) abgemacht werden kann, womit es symmetrisch wird. Arithmetisch ist dies insofern ein Unterschied, da wir bei z.B. beim 12-er-Abstand *eigentlich* nicht zwei Umgänge, sondern deren drei.
- Ist die Zahl Teiler von 20 entsteht ein Vieleck, ist diese nicht Teiler, entsteht ein Stern. Ist diese Zahl gleichzeitig gerade, werde nicht alle Ecken getroffen, ist sie ungerade (3, 7, 9) wird es ein 20-er Stern. Dies jedoch mit unterschiedlicher Grösse der Innenfläche.
- Teilflächen = (Anzahl der Umgänge – 1) • Verbundene Ecken + 1

Aufgabe 3: a) Untersuche das Quadrat und das Fünfeck: auf wie viele Arten kannst du ein Quadrat oder ein regelmässiges Fünfeck auf der 20-er Uhr zeichnen? Jetzt darfst du auch auf einer anderen Position starten.



Mit Abstand fünf entsteht ein Quadrat. Das Quadrat ist genau fünfmal darstellbar, danach wiederholt sich der Start mit einem Zwischenpunkt.



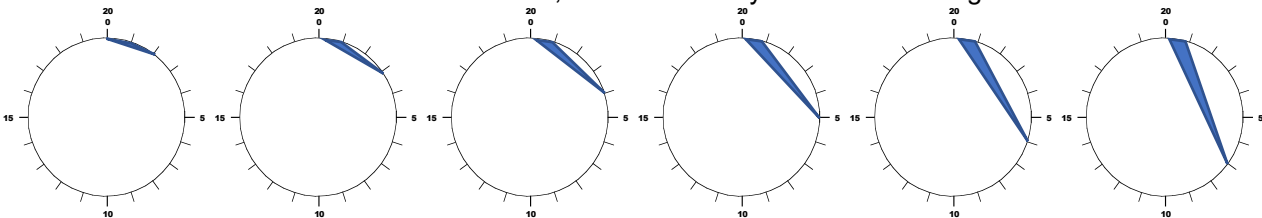
Mit Abstand vier entsteht ein regelmässiges Fünfeck. Dieses ist genau viermal darstellbar, danach wiederholt sich der Start- mit einem Zwischenpunkt.

b) Untersuche nun ein Dreieck auf der 20–er Uhr.

Was fällt dir auf? Sei hartnäckig und forsche weiter...!

(Wichtig: findet die/der Lernende nicht heraus, dass ein regelmässiges Dreieck nicht möglich ist, benötigt sie/er einen Impuls/Hinweis. Darauf aufbauend können mögliche Dreiecke untersucht werden)

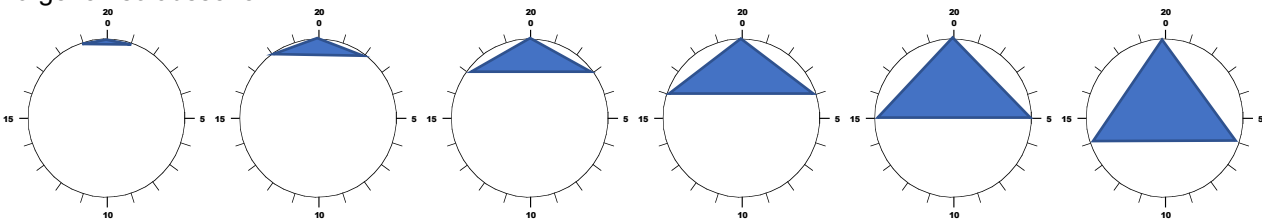
Ein regelmässiges Dreieck, hier also ein gleichseitiges Dreieck, ist auf dem 20-er-Kreis nicht herzustellen. Das sollte die erste Erkenntnis sein. Falls dies nicht selber herauszufinden ist, so kann nach erfolgtem Hinweis untersucht werden, wie viele Dreiecke allgemein, oder auch ‚nur‘ wie viele gleichschenklige Dreiecke zu finden sind. Die erste Aufgabe wird schnell einmal unübersichtlich, wenn als Startpunkt alle 20 Ecken möglich sind. Beschränkt man sich wiederum auf den Punkt 0, so könnte ein systematisches Vorgehen so aussehen:



Punkt 0-1-2 0-1-3 0-1-4 0-1-5 0-1-6 0-1-7 usw.

Daraus entstehen 18 Dreiecke mit dem letzten Punkt 0-1-19. Als nächstes kann die Kombination 0-2-3, 0-2-4, usw. angedacht werden. Sicher sollen nicht ansatzweise alle gezeichnet werden. Es gilt dies in Form von Tabellen oder anderen hilfreichen Darstellungen festzuhalten. Offensichtlich werden auch hier symmetrische Dreiecke auftauchen.

Mit dem Blick auf gleichschenklige Dreiecke und beschränkt auf den Ausgangspunkt 0 könnte ein systematisches Vorgehen so aussehen:



Punkt 0-1-19 0-2-18 0-3-17 0-4-16 0-5-15 0-6-14 usw.

So dargestellt kann den Lernenden auffallen, dass durch die Symmetrie wiederum Pärchen entstehen (1+19, 2+18, etc.)

- Aufgabe 4:
- Untersuche auf der 60–er Uhr regelmässige Formen – man nennt diese auch regelmässige Vielecke – bei denen NICHT alle Punkte berührt werden.
 - Untersuche auf der 60–er Uhr regelmässige Sternfiguren – bei denen möglichst wenig Punkte berührt werden.
 - Untersuche auf der 60–er Uhr was es noch zu entdecken gibt.
Was möchtest du herausfinden?

Diese Aufgabe sollte eher erst dann im Fokus stehen, wenn die grundlegenden und wesentlichen Erkenntnisse aus der ersten Aufgabe erforscht werden konnten. Oder aber besonders Lernstarke widmen sich diesem Problem anstelle der Aufgabe im 20-er-Kreis.

Hinweis zur Umsetzung auf dem 10-er-Kreis: Die Gesetzmässigkeiten erfolgen an dieser Stelle analog.



Forscherauftrag:



Name:

Muster im Kreis und Sternfiguren

Aufgabe 3: a) Untersuche das Quadrat und das Fünfeck: auf wie viele Arten kannst du ein Quadrat oder ein regelmässiges Fünfeck auf der 20–er Uhr zeichnen? Jetzt darfst du auch auf einer anderen Position starten.

*b) Untersuche nun ein Dreieck auf der 20–er Uhr.
Was fällt dir auf? Sei hartnäckig und forsche weiter und weiter...!*

Aufgabe 4: a) Untersuche auf der 60–er Uhr regelmässige Figuren – man nennt diese auch regelmässige Vielecke – bei denen NICHT alle Punkte berührt werden.

b) Untersuche auf der 60–er Uhr regelmässige Sternfiguren – bei denen möglichst wenig Punkte berührt werden.

*c) Untersuche auf der 60–er Uhr was es noch zu entdecken gibt.
Was möchtest du herausfinden?*



Forscherauftrag:

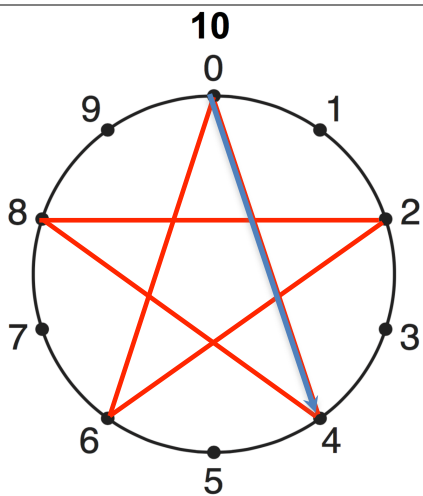


Name:

Muster im Kreis und Sternfiguren

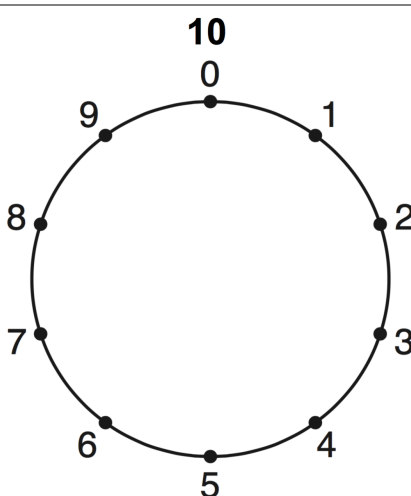
Aufgabe 1: Du untersuchst verschiedene Formen und Sternfiguren im Kreis.
 Wähle einen Abstand. Beginne mit deiner Linie immer beim Punkt 0.
 Endet deine Figur nicht bei der 10, dann zähle einfach weiter.
 Welche Figuren entstehen?

Beispiel: Beim ersten Beispiel wurde bei Punkt 0 begonnen und in 4-er-Schritten weiter gezählt. Die Reihenfolge der Punkte lautet: 0, 4, 8, 12 (oder wieder 2), 16 (oder 6) und wieder am Start bei 10 (oder 0).
 Es entsteht aussen ein 5-er Stern und in der Mitte ein 5-eck.



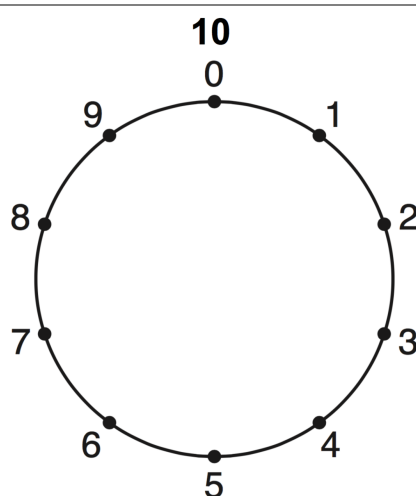
Abstand: 4-er Schritt

Figur: 5-er Stern



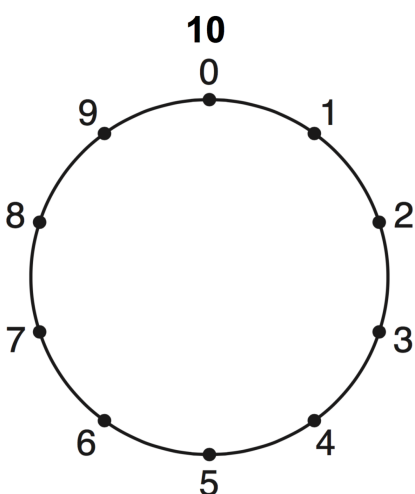
Abstand:

Figur:



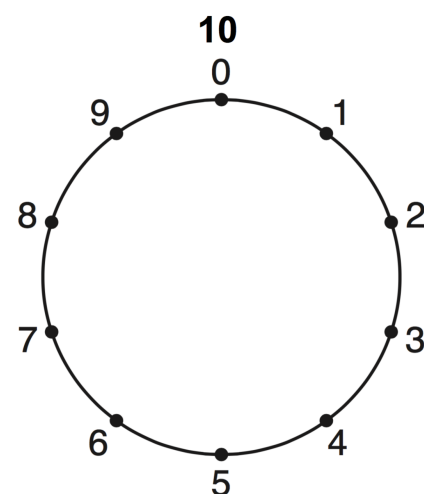
Abstand:

Figur:



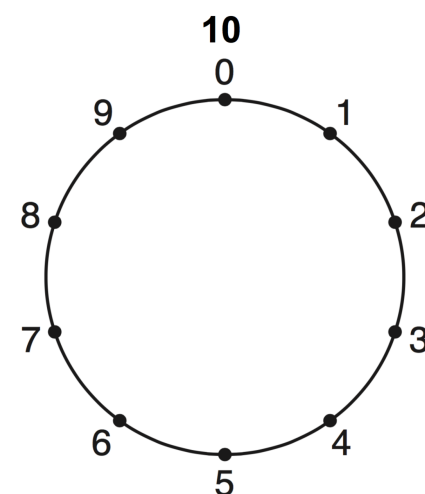
Abstand:

Figur:



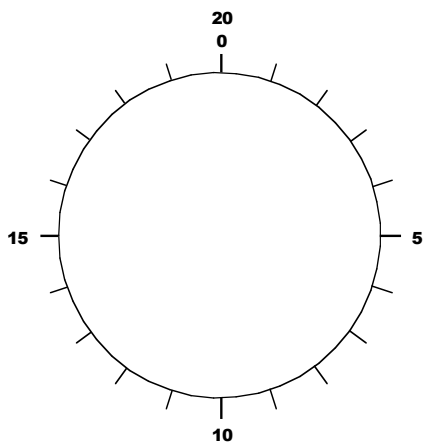
Abstand:

Figur:

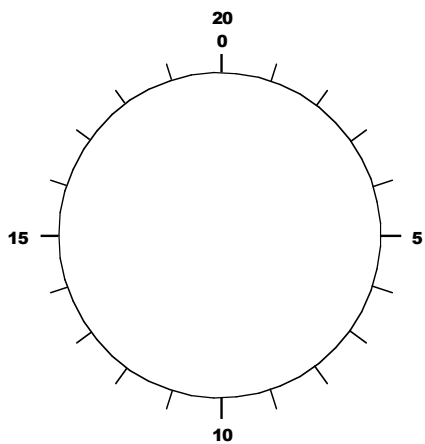


Abstand:

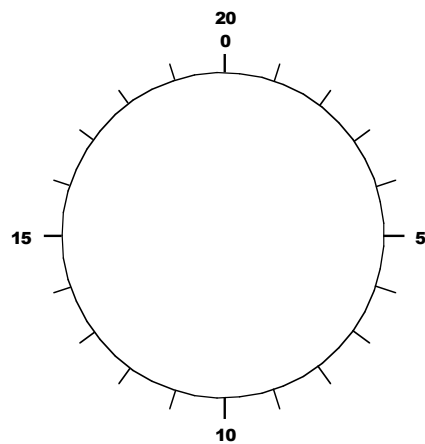
Figur:



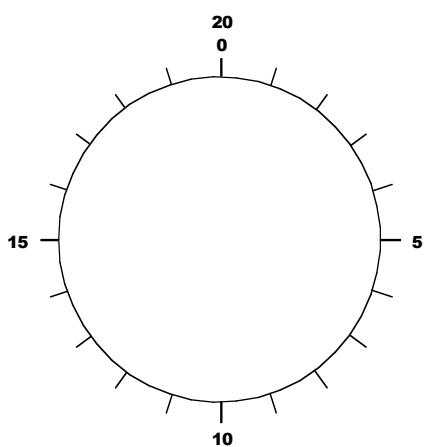
<i>Abstand:</i>
<i>Figur:</i>



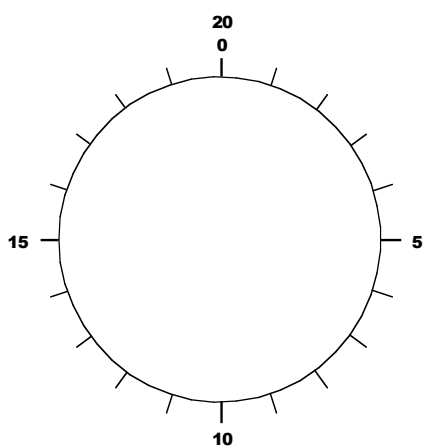
<i>Abstand:</i>
<i>Figur:</i>



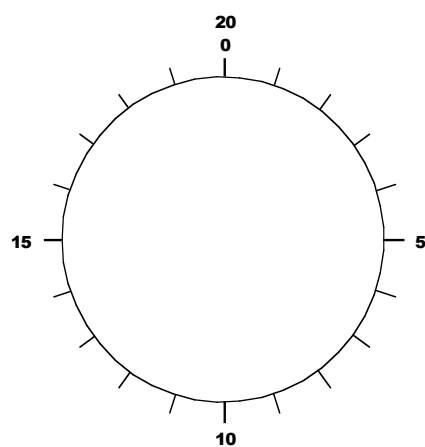
<i>Abstand:</i>
<i>Figur:</i>



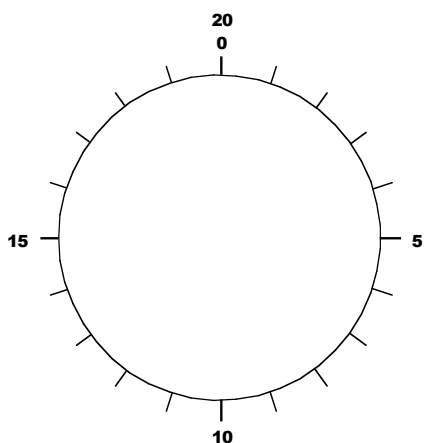
<i>Abstand:</i>
<i>Figur:</i>



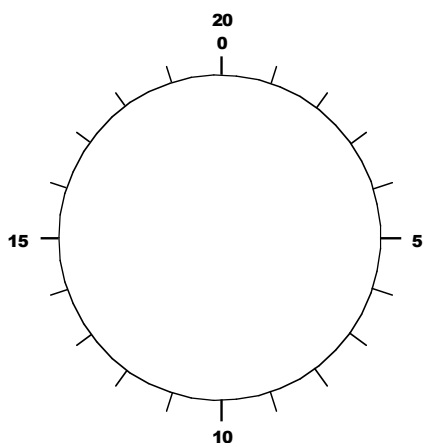
<i>Abstand:</i>
<i>Figur:</i>



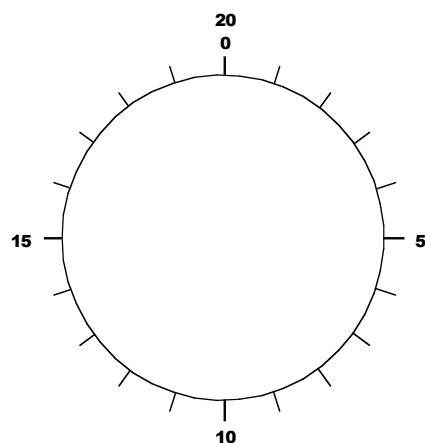
<i>Abstand:</i>
<i>Figur:</i>



<i>Abstand:</i>
<i>Figur:</i>



<i>Abstand:</i>
<i>Figur:</i>



<i>Abstand:</i>
<i>Figur:</i>

