

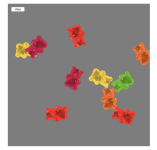
Lerngegenstand: Gummibärchenstatistik

Grundidee	<p>Mit einem Stochastikprojekt können die Lernenden Kenntnisse und Umgang mit Daten und Zufall erwerben und vertiefen. Sie sollen Vermutungen und Fragen zur (Farb-)Verteilung sammeln, diese mit einer Simulation von Gummibärchen in 10er Packungen untersuchen und nach Antworten suchen. Es geht darum, Statistiken aus zufallsverteilten Daten zu erstellen und sinnvoll darzustellen, Schlüsse aus den vorhandenen Daten zu ziehen und diese zu begründen.</p> <p>Physisch/virtuell handlungsorientierter Zugang: Die Gummibärchen sind bei Jugendlichen beliebt. Die Verteilung der verschiedenen Farb-Sorten hat viele bestimmt schon beschäftigt. Insbesondere wenn sie eine Sorte besonders lieben. Damit werden an einem Alltagsgegenstand Fragen zur Statistik aufgeworfen und bearbeitet. Die virtuelle Variante mit der Simulation ermöglicht eine Vielzahl von Versuchen.</p> <p>Ab der 8. Klasse können konkrete Untersuchungen und Überlegungen zu Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten einbezogen werden. Bezug zu mb2 LU31 Wurfobjekt Z: Aufgrund von Häufigkeiten in der Statistik Aussagen zu Erwartungswert machen.</p> <p>Als Einstieg in Diagramme kann mit passenden Gegenständen ein Säulendiagramm erstellt werden (Anregung im Auftrag).</p>
Bezüge zu Lehrplan21, Unterrichtsleitende Lehrmittel	<p>LP21 Die Schülerinnen und Schüler ...</p> <p>Grössen, Funktionen, Daten und Zufall</p> <p>MA.3.A 1 ... verstehen und verwenden Begriffe und Symbole zu [...] Daten und Zufall.</p> <p>MA.3.B 2 ... können Sachsituationen zur Statistik, Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit erforschen, Vermutungen formulieren und überprüfen.</p> <p>MA.3.C 1 ... können Daten zu Statistik, Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit erheben, ordnen, darstellen, auswerten und interpretieren.</p> <p>Vernetzung mit Lehrmitteln Die Arbeit lässt sich losgelöst von anderen Themen bearbeiten. Es ist sicherzustellen, dass die Lernenden Strategien haben, die Aufgabe anzugehen.</p> <p>mathbuch 1 – 3+ mb 1 LU 22 Jugendliche und Medien (Statistiken herstellen und darstellen) mb 2 LU 21 Gewinnen, LU31 Gesetze des Zufalls mb 3/+ LU 14/18 Roulette und Zahlenlotto, LU31/36 Tabellenkalkulation</p>
Rahmenbedingungen	<p>Voraussetzungen: Prozente, Anteile, Koordinatensystem</p> <p>Begriffe: (Säulen-)diagramm, Verteilung, relative und absolute Häufigkeit, erwarteter Wert, Chaos im Kleinen und Muster im Grossen</p> <p>Material: Computer, Gummibärchen oder vieles vom Gleichen (Gummibärchen, Legosteine, Schokolinsen, ... um Säulendiagramm mit konkreten Objekten darzustellen).</p>

Online Ressourcen

Simulation

<https://richard4231.github.io/jellybears>



Eine Vorlage für die Online Tabelle zur Auswertung

Google Docs (schreibgeschützt, zur Bearbeitung ins eigene Google Drive kopieren)

https://docs.google.com/spreadsheets/d/1ihtnb8m-E_U4us-xKPWzQFEYxhkY26Wmo-1UeG3Bek/edit?usp=sharing

The screenshot shows a Google Sheets spreadsheet with the following data table:

Name	Anzahl untersuchte Päckchen	Anzahl Orange	Anzahl Gelb	Anzahl Hellrot	Anzahl Dunkelrot	Anzahl Grün	Anzahl Weiss	SUMME	pro Packung	
Max Muster	10	14	19	15	16	17	18	99	9,9	
	Farbe	Orange	Gelb	Hellrot	Dunkelrot	Grün	Weiss			
	Total		14	19	15	16	17	18	99	
	Durchschnitt		14	19	15	16	17	18	99	9,9
	relative Häufigkeit		14,14%	19,19%	15,15%	16,16%	17,17%	18,18%		

Two bar charts are displayed below the table:

- relative Häufigkeit:** A bar chart showing the relative frequency of each color. The y-axis is labeled 'Durchschnitt' and ranges from 0,00% to 20,00%. The x-axis lists colors: orange, gelb, hellrot, dunkelrot, grün, weiss.
- absolute Häufigkeit:** A bar chart showing the absolute frequency of each color. The y-axis is labeled 'Total' and ranges from 0 to 20. The x-axis lists colors: orange, gelb, hellrot, dunkelrot, grün, weiss.

Für Office 365 (schreibgeschützt, zur Bearbeitung ins eigene OneDrive kopieren oder herunterladen)

<https://1drv.ms/x/s!AIQETztixoTg8JnAeZ6BbmnT-2zcg?e=59mc9O>

Es ist auch denkbar, alle Versuchsergebnisse online zu erfassen. Dies hat sich mit Google Forms (Multiple-Choice-Raster) und Google Tabellen bewährt. Vorlage (bitte unverändert lassen und ins eigene Google Drive kopieren):

<https://forms.gle/3EV7M14XN5Me87iNA>

The form is titled 'Gummibärchenforschung' and includes the following sections:

- Introduction:** Explains the purpose of the simulation and provides a link to the simulator.
- Question 1:** 'Welche Art von Gummibärchenpackung hast du untersucht?' with radio button options for 'Echte' and 'Virtuelle (Simulation)'.
- Question 2:** 'Wie viele Gummibärchen der jeweiligen Farbe waren in deiner Packung?' with a grid of radio buttons for each color (Orange, Gelb, Hellrot, Dunkelrot, Grün) across 8 columns.

The grid is titled 'Wie viele Gummibärchen der jeweiligen Farbe waren in deiner Packung?' and is set to 'Multiple-Choice-Raster'. It contains the following rows:

Zeilen	Spalten
1. Orange	<input type="radio"/> 0
2. Gelb	<input type="radio"/> 1
3. Hellrot	<input type="radio"/> 2
4. Dunkelrot	<input type="radio"/> 3
5. Grün	<input type="radio"/> 4
6. Weiss	<input type="radio"/> 5
7. Zeile hinzufügen	<input type="radio"/> 6
	<input type="radio"/> 7
	<input type="radio"/> 8
	<input type="radio"/> 9

Math 3. Zyklus

Möglichkeiten zur Differenzierung	<p>Grundsätzlich: Schülerinnen und Schüler auf die Schwierigkeit der jeweiligen Fragen hinweisen und sie wählen lassen.</p> <p>Weniger anspruchsvoll: Nur Statistiken erstellen und auswerten.</p> <p>Herausfordernd: Fragen und Aussagen zur erwarteten Verteilung pro Päckchen (wie wahrscheinlich ist es, dass eine Farbe 6mal vorkommt?).</p> <p>Zum Nachspielen kann die Situation auch gewürfelt werden. Jede Zahl auf dem Würfel entspricht einer Farbe. Ein Päckchen mit 10 Gummibären entspricht 10 Würfeln mit einem 6er Würfel.</p>
Informationen für Eltern	-
Lernbegleitung	<ul style="list-style-type: none"> • Sammeln der Fragen • Unterstützung bei Darstellen der Daten und Erstellen von Diagrammen • Evtl. Moderation des Zusammentragens der Daten • Bezug zu aktuellen Statistiken im Alltag herstellen • Bei Aufgabe 4 sollten die Schülerinnen und Schüler erkennen, dass die relative Häufigkeit erst mit vielen Versuchen aussagekräftig wird. Gleichzeitig ist es sehr unwahrscheinlich, dass die Verteilung exakt gleichmässig wird, da immer Zufall im Spiel ist.
Ergebnissicherung	Fragen und Vermutungen, Tabellen, Diagramme und Erkenntnisse festhalten und zusammentragen. Austausch in Lerngruppen. Insbesondere ein Festigen der beiden Begriffe relative und absolute Häufigkeit.

Fachlicher Hintergrund	<p>Die absolute Häufigkeit beschreibt, wie oft eine bestimmte Merkmalsausprägung (hier Farbe) vorkommt, zum Beispiel die Anzahl der grünen Gummibärchen.</p> <p>Die Häufigkeiten verschiedener Merkmalsausprägungen können in einem Diagramm, beispielsweise einem Säulendiagramm, dargestellt werden.</p> <p>Die relative Häufigkeit beschreibt den Anteil der Objekte mit einem bestimmten Merkmal im Vergleich zur Gesamtanzahl der Objekte, zum Beispiel das Verhältnis der Anzahl grünen Gummibärchen zur gesamten Anzahl Gummibärchen. Die relative Häufigkeit kann in Prozenten oder als Dezimalbruch angegeben werden. Dazu eignen sich auch Kreisdiagramme.</p> <p>Bei Daten, die zufällig entstehen (wie Würfelaugen oder Gummibärchenfarben) stabilisieren sich die relativen Häufigkeiten stark, wenn man viele Daten sammelt. Diese Stabilisierung nennt man empirisches Gesetz der grossen Zahlen.</p> <p>Aus einer Stichprobe mit wenigen Daten können keine verlässlichen Aussagen über die Verteilung der Farben von Gummibärchen gemacht werden. Mit zunehmender Anzahl der Versuche kann sich ein bestimmtes Muster entwickeln (hier Gleichverteilung der Farben). Schülerinnen und Schüler können die Erfahrung machen, dass sich dieses Muster bei vielen Daten besser abzeichnet als bei wenigen: «Chaos im Kleinen und Muster im Grossen». Das ist eine wichtige, tragfähige und grundlegende Erfahrung in der Statistik.</p>
Weiterlesen	Eichler, Andreas (2017): <i>Daten und Zufall</i> . In: Leuders, Juliane und Philipp, Kathleen (Hrsg.): <i>Mathematik - Didaktik für die Grundschule</i> . 2. Aufl. Berlin: Cornelsen.

Gummibärchenstatistik (als Auftrag für zu Hause geeignet)



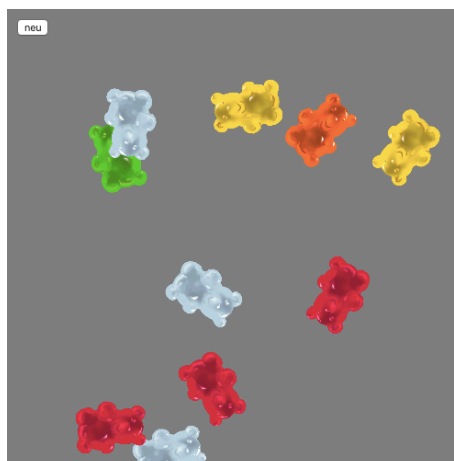
Welche ist deine Lieblingsfarbe bei Gummibärchen? Weisst du auch, welchen Geschmack diese Farbe hat oder haben sollte?
 Was meinst du: Kommen alle Gummibärchenfarben gleich häufig vor, oder gibt es eine Farbe, die mehr produziert wird als andere?
 Hat es in allen Packungen gleich viele Gummibärchen?
 Kommt es vor, dass nur eine oder zwei Farben in einem Päckchen sind?

1) Kommen dir noch weitere Fragen und Vermutungen in den Sinn? Was könnte man noch untersuchen?

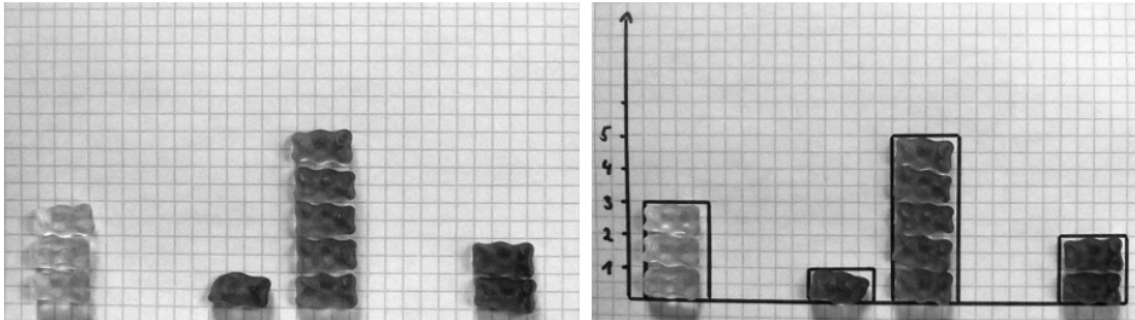
Schreibe auf.

2) Vermutung und Untersuchung 1:

- Wie sieht die Verteilung der Farben in einem Päckchen mit 10 Gummibärchen wohl aus? Stelle deine Vermutung dar.
- Nimm nun eine 10er Packung (12g) von Gummibärchen und zähle, wie die Farben verteilt sind. Wenn du gerade keine Gummibärchen zur Hand hast, oder keine einkaufen möchtest, gehst du zum nächsten Punkt.
- Wir wollen untersuchen wie es bei vielen Päckchen aussieht. Dazu musst du einen Simulator: <https://richard4231.github.io/jellybears> verwenden. Er ist so programmiert, dass er die gleiche zufällige Verteilung und Anzahl von Gummibärchen anzeigt, wie sie in einem echten Päckchen vorkommen.



Stelle die Verteilung von einem Päckchen dar. Das kann zum Beispiel so aussehen (Foto/Zeichnung/mit App).



Säulen mit Gummibärchen. Abbildung aus: Eichler, Andreas (2017): *Daten und Zufall*. In: Leuders, Juliane und Philipp, Kathleen (Hrsg.): *Mathematik - Didaktik für die Grundschule*. 2. Aufl. Berlin: Cornelsen.

Du kannst auch in einem Tabellenkalkulationsprogramm die Daten eingeben und ein Säulendiagramm erstellen.

3) Untersuchung 2:

- Führe 10 Versuche durch. Halte die Ergebnisse in einer Tabelle fest.
- Stelle die Ergebnisse dar. Was ist eine sinnvolle Darstellung? Begründe.
- Betrachte die Ergebnisse und mach eine Aussage über die Farbverteilung der Gummibärchen. Gib die Farbverteilungen in Prozenten an
 - von einem Päckchen
 - von allen Bärchen von insgesamt 5 Päckchen
 - von allen Bärchen von insgesamt 10 Päckchen
- Kannst du mit den Ergebnissen noch andere Fragen zu Aufgabe 1 und 2 beantworten?
- Bestätigen sich deine Vermutungen von Aufgabe 1 und 2.

4) Jetzt wird es so richtig herausfordernd... Weitere Ergebnisse zusammentragen

- Tausche dich mit anderen Schülerinnen und Schülern über eure Ergebnisse aus. Tragt alle Daten (Anzahlen Gummibärchen pro Farbe) zusammen und erstellt eine Tabelle und ein Säulendiagramm mit den Gesamtanzahlen. Was verändert sich?
Ab hier ist es sinnvoll, mit einer gemeinsamen (Online) Tabelle zu arbeiten. Eure Lehrperson kann euch da weiterhelfen.
- Berechne nun den Anteil der Farbverteilung in Prozent von 20 Päckchen.
- Wie werden sich die Prozentangaben verändern, wenn du die Farbverteilung bei einer immer grösser werdenden Anzahl Bärchen untersuchst? Begründe deine Vermutung.
- Welche Fragen konntest du mit diesen vielen Daten nun beantworten?

5) Über Zusammenhänge nachdenken

- Kannst du erklären, wieso in einem einzelnen Päckchen die Gummibärchen so unterschiedlich verteilt sind?
- In der Statistik spricht man auch vom «Chaos im Kleinen und Muster im Grossen». Kannst du erklären, was damit bei der Gummibärchenstatistik gemeint ist? Kommen dir weitere Beispiele in den Sinn, wo dieser Satz zutrifft?
- Kennst du ausser dem Säulendiagramm weitere Diagrammtypen, die sich für diese Darstellungen eignen? Stelle deine Daten auf diese Weise dar.