

## Lernumgebung zu den Körpern Kugel, Würfel und Quader

### 1. Einleitung

In der vorliegenden Spiel- und Lernsequenz setzten sich die Schülerinnen und Schüler einer 1./2. Klasse mit den Körpern Kugel, Würfel und Quader auseinander. Dabei sollte vor allem die Entwicklung von Kompetenzen im Kompetenzbereich Form und Raum ermöglicht werden. Die Schülerinnen und Schüler arbeiteten während zwei Doppellektionen an der Lernumgebung und setzten sich im Unterricht erstmals mit diesen drei Körpern auseinander. Gemeinsame Einstiege und Reflexionsgespräche waren ein wichtiger Bestandteil. Die eigenständige Bearbeitung der Aufgaben durch die Schülerinnen und Schüler ermöglichte der Lehrperson eine individuelle Lernbegleitung.



Im 2. Kapitel der Dokumentation werden die Grundlagen beschrieben

- mit Bezug zu Kompetenzen und entwicklungsorientierten Zugängen,
- Erwartungen an Kompetenzentwicklungen und -ausprägungen am Schluss der Sequenz,
- Hinweisen zu Vorwissen, Erfahrungen, Voraussetzungen,
- fach-sach-bezogenen Hinweisen.

Anschliessend folgt in Kapitel 3 die Übersicht über Planung, Arrangement/Gestaltung und Ablauf der Spiel- und Lernsequenz sowie eine Beschreibung der Themen und Aufgaben der Lernumgebung. Kapitel 4 enthält Einblicke in die Umsetzung – mit Fotos von Schülerinnen und Schüler beim Bearbeiten der Aufgaben und von entstandenen Produkten. Abschliessend wird in Kapitel 5 die Umsetzung der Spiel- und Lernsequenz kommentiert und reflektiert sowie mit einem Fazit und mit Folgerungen ergänzt.

### 2. Grundlagen

#### 2.1 Worum es geht und Bezug zu Kompetenzen und entwicklungsorientierten Zugängen

Die Lernumgebung zu den Körpern Kugel, Würfel und Quader ermöglicht durch die Bearbeitung von verschiedenen Aufgaben eine vielfältige Auseinandersetzung mit den drei Körperformen. Der Entscheid für die Auswahl der drei Körper Kugel, Würfel und Quader basiert einerseits auf den Kompetenzstufen des 1. Zyklus im Kompetenzbereich Form und Raum (siehe Fachbereichslehrplan Mathematik, D-EDK 2016) und andererseits auf den fachdidaktischen Grundlagen (siehe Kapitel 2.4).

Die Aufgaben der Lernumgebung ermöglichen vor allem die Entwicklung von Kompetenzen im Kompetenzbereich Form und Raum (siehe Tabelle 1). An den überfachlichen Kompetenzen kann in den Bereichen Selbstreflexion und Selbständigkeit (Personale Kompetenzen) sowie Sprachfähigkeit und Aufgaben/Probleme lösen (Methodische Kompetenzen) gearbeitet werden.

Ein Querverweis zu den entwicklungsorientierten Zugängen kann bei dieser Lernumgebung insbesondere zur *Räumlichen Orientierung* gemacht werden.

#### 2.2 Erwartungen an Kompetenzentwicklungen und -ausprägungen am Schluss der Sequenz

Da die Aufgaben der Lernumgebung insbesondere im Kompetenzbereich Form und Raum Tätigkeiten in allen drei Handlungsaspekten (Operieren und Benennen, Erforschen und Argumentieren, Mathematisieren und Darstellen) ermöglichen, wurde erwartet, dass die Schülerinnen und Schüler Kompetenzen in allen drei Handlungsaspekten entwickeln. Über welche Kompetenzen die Schülerinnen und Schüler vor der Arbeit mit der Lernumgebung verfügten und welche sie durch die Bearbeitung der Aufgaben erreichen, sollte sich während den beiden Doppellektionen zeigen. Einzelne Schülerinnen und Schüler verfügen nach den beiden Doppellektionen bereits über die Kompetenzstufen des 1. Zyklus, andere arbeiten zu einem späteren Zeitpunkt erneut an den Aufgaben der Lernumgebung, um die Kompetenzstufen zu erreichen. Deshalb ist die Lernbegleitung mit dem Beobachten und Fördern der Schülerinnen und Schüler während der Arbeit an der Lernumgebung zentral.

Nachfolgend sind in Tabelle 1 zuerst alle Kompetenzen mit entsprechenden Kompetenzstufen im Kompetenzbereich Form und Raum aufgeführt, bei welchen durch die Bearbeitung der Aufgaben der Lernumgebung eine Entwicklung ermöglicht wird oder vorhandene Kompetenzen sichtbar werden.

Da die Bearbeitung von einzelnen Aufgaben auch Kompetenzen in den Kompetenzbereichen Zahl und Variable sowie Grössen, Funktionen, Daten und Zufall bedingen, sind diese in der Tabelle anschliessend ebenso aufgeführt.

Die Beschreibungen der Kompetenzstufen werden nicht vollständig aus dem Lehrplan übernommen. Es werden nur diejenigen Begriffe aufgeführt, die inhaltlich zur Lernumgebung passen. Auslassungen sind mit drei Punkten gekennzeichnet (vgl. Kompetenzstufen Fachbereichslehrplan Mathematik, D-EDK 2016).

Tab. 1: Kompetenzen und Kompetenzstufen, die in beiden Doppellektionen gefördert werden können

---

## **Form und Raum**

---

### *Operieren und Benennen*

---

Die Schülerinnen und Schüler verstehen und verwenden Begriffe und Symbole.

#### MA.2.A.1

- a - können ... Würfel und Kugel benennen.
- b - können ... Kugeln und Würfel ordnen und beschreiben.
- d - verstehen und verwenden die Begriffe ... Körper.
- e - verstehen und verwenden die Begriffe ... Würfel, Quader.
- f - erkennen und benennen geometrische Körper (Würfel, Quader, Kugel ...) in der Umwelt und auf Bildern.

Die Schülerinnen und Schüler können Figuren und Körper abbilden, zerlegen und zusammensetzen.

#### MA.2.A.2

- b - können ... Kugel und Würfel formen.  
- können ... Körper aus Teilstücken zusammensetzen.
- c - können ... Kugel und Würfel zerlegen und zusammensetzen.

---

### *Erforschen und Argumentieren*

---

Die Schülerinnen und Schüler können geometrische Beziehungen, insbesondere zwischen Längen, Flächen und Volumen, erforschen, Vermutungen formulieren und Erkenntnisse austauschen.

#### MA.2.B.1

- a - können ... Kugel und Würfel durch Ertasten identifizieren.
- d - erforschen ... Körper und können Beziehungen formulieren.

Die Schülerinnen und Schüler können Aussagen und Formeln zu geometrischen Beziehungen überprüfen, mit Beispielen belegen und begründen.

#### MA.2.B.2

- a - können Eigenschaften von ... Körpern erforschen und beschreiben.
- b - können heuristische Strategien verwenden: ... Körper vergleichen.

---

### *Mathematisieren und Darstellen*

---

Die Schülerinnen und Schüler können Körper und räumliche Beziehungen darstellen.

#### MA.2.C.1

- d - können die Aufsicht von Würfelgebäuden auf Karopapier zeichnen.
- e - können Würfelgebäude entsprechend der Aufsicht ... bauen und beschreiben.
- g - können aus Quadraten und Rechtecken Würfel und Quader herstellen ...

Die Schülerinnen und Schüler können sich Figuren und Körper in verschiedenen Lagen vorstellen, Veränderungen darstellen und beschreiben (Kopfgeometrie).

#### MA.2.C.3

- a - können verdeckte ... Körper ertasten und nachformen und beschreiben.
- c - können ... Körper und deren Anordnung aus der Erinnerung nachzeichnen oder nachbauen.

---

## Zahl und Variable

---

### *Operieren und Benennen*

---

Die Schülerinnen und Schüler können addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren und potenzieren.

#### MA.1.A.3

- c - können im Zahlenraum bis 100 ... addieren und subtrahieren.
- d - kennen die Produkte des kleinen Einmaleins.

---

## Grössen, Funktionen, Daten und Zufall

---

### *Operieren und Benennen*

---

Die Schülerinnen und Schüler können funktionale Zusammenhänge beschreiben und Funktionswerte bestimmen.

#### MA.3.A.3

- c - können ... nichtlineare Zahlenfolgen weiterführen.

---

## 2.3 Vorwissen, Erfahrungen, Voraussetzungen

Da sich die Schülerinnen und Schüler innerhalb des Unterrichts zum ersten Mal mit den Körpern Kugel, Würfel und Quader auseinandersetzen, konnte betreffend ihrem Vorwissen und ihren Erfahrungen nicht auf Beobachtungen aus bereits durchgeführten Spiel- und Lernsequenzen zurückgegriffen werden. Bekannt war, dass praktisch alle Knaben der Klasse im Kindergarten oft und begeistert in der Bauecke gespielt und vielfältige Bauwerke erstellt hatten. Dementsprechend verfügten sie über viele Erfahrungen im freien Bauen. Die Mädchen ihrerseits hatten die Bauecke im Freispiel selten gewählt. Deshalb war unklar, inwiefern sie über Erfahrungen im freien Bauen verfügten. Auch waren keine Informationen über allfällige Bauerfahrungen Zuhause vorhanden. In Unterrichtssequenzen des Kindergartens hatte keine Auseinandersetzung mit den drei Körpern stattgefunden. Inwiefern sich die Schülerinnen und Schüler in ihrem privaten Umfeld mit Kugeln, Würfeln und Quadern auseinandergesetzt hatten, konnte nicht eingeschätzt werden. Daher wurde für die Planung der Lernumgebung davon ausgegangen, dass sich Vorwissen und Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler sehr unterschieden.

Das eigenständige Arbeiten an Aufgaben einer Lernumgebung mit gemeinsamen Einstiegen bzw. Aktivitäten und Reflexionsgesprächen war den Schülerinnen und Schüler bekannt.

## 2.4 Fach-sach-bezogene Hinweise

In der fachdidaktischen Literatur werden für die Grundschule (entspricht 1. - 4. Klasse) beim Thema Körper das Erkennen und Unterscheiden von Körpern und das Bauen mit Körpern aufgeführt (Franke & Reinhold 2016; Radatz & Rickmeyer, 1991).

Damit Schülerinnen und Schüler Körper erkennen und unterscheiden können, bieten sich Aufgaben an zum

- Ordnen und Sortieren,
- Identifizieren von Repräsentanten in der Umwelt und auf Abbildungen,
- sprachlichen Umschreiben,
- Ertasten.

### *Ordnen und Sortieren*

Idealerweise erhalten die Schülerinnen und Schüler zum Entdecken von geometrischen Eigenschaften zunächst merkmalsarme Objekte. Beim *kategoriensuchenden Vorgehen* entscheiden die Schülerinnen und Schüler selbst, nach welchen Kriterien sie die Objekte ordnen. Anschliessend wird das Finden von Kategorien mit den Schülerinnen und Schülern besprochen und das Zusammengehören dieser Objekte begründet. Beim *kategoriengeleiteten Vorgehen* sind die Kategorien vorgegeben. Die Schülerinnen und Schüler sortieren nach Vorgaben. Vorgaben können Modelle, Abbildungen, Begriffswörter oder Merkmale sein (Franke & Reinhold 2016).

### *Identifizieren von Repräsentanten in der Umwelt und auf Abbildungen*

Bei weiteren Übungen zum Sortieren sollten auch Gebrauchsgegenstände wie Spielzeuge, Unterrichtsmaterialien, Haushaltsgegenstände und Verpackungen einbezogen werden. Die Schülerinnen und Schüler lernen dabei, von Details, Materialien, Farben und Funktionen abzusehen und auf die geometrischen Eigenschaften zu fokussieren. Schwer einzuordnen sind Dächer und Gebäude, da sie für die Schülerinnen und Schüler „im Sinne des konkreten Begreifens nicht erfassbar“ (Franke & Reinhold 2016, 164) sind. Gebäude sollten zunächst umgangen, betrachtet und verglichen werden. Da häufig Teile der Objekte verdeckt sind, wird das Vorstellungsvermögen der Schülerinnen und Schüler besonders gefordert. In Lehrmitteln finden sich oft Abbildungen von Gegenständen, die den Körperformen zugeordnet werden sollen. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Schülerinnen und Schüler „diese oder ähnliche Objekte kennen, Erfahrungen im Umgang mit ihnen haben und gedanklich damit operieren können“ (Franke & Reinhold 2016, 165). Abbildungen ersetzen weder das sich Beschäftigen mit realen Objekten noch das räumliche Modell.

### *Sprachliche Umschreibungen*

Bei Identifizierungsspielen mit sprachlichen Umschreibungen (z.B. „Ich sehe was, was du nicht siehst, und ...“) brauchen die Schülerinnen und Schüler vorerst umgangssprachliche Beschreibungen, „nutzen später die geometrischen Begriffe und schulen so ihre Fähigkeit, sich sprachlich über geometrische Sachverhalte auszudrücken“ (Franke & Reinhold 2016, 166).

### *Ertasten*

Die Schülerinnen und Schüler ertasten, beschreiben und benennen Körper in einer Tastkiste oder ordnen Körper mit verbundenen Augen.

### *Bauen mit Körpern*

Das Bauen gehört zu den elementaren Tätigkeiten, durch die bereits im Vorschulalter und Kindergarten geometrische Erkenntnisse gewonnen werden. Das freie Bauen ist „Ausgang jeglicher Aktivitäten, die in ein Bauen nach Vorgabe überführt werden können“ (Franke & Reinhold 2016, 167). Vorgaben können sein: Bauen nach Thema, Nachbauen von Bauwerken, nach Abbildung, sprachlicher Beschreibung oder Ertasten, Umbauen und Verändern. Gebaut werden kann mit heterogenem oder homogenem Material. Fürs Bauen mit homogenem Material eignen sich für die Schülerinnen und Schüler der 1. bis 4. Klasse vor allem Würfel und Quader.

### *Würfel*

Da im Alltag auch nicht würfelförmige Objekte als Würfel bezeichnet werden (z.B. „Würfelzucker“) und Gebrauchsgegenstände und Verpackungen nur selten würfelförmig sind, wird für Schülerinnen und Schüler der 1. und 2. Klasse ein vielfältiges Hantieren mit Würfeln empfohlen (Franke & Reinhold 2016). Dazu gehören, wie oben beschrieben, sowohl das freie Bauen als auch das Bauen nach Vorgaben und als weitere Aktivitäten das Bestimmen der Anzahl der verwendeten Würfel oder von Zahlenfolgen in Würfelbauwerkserien und das Bauen mit gestalteten Würfeln. Auch Würfelmehrlingen können sich Schülerinnen und Schüler der 1. und 2. Klasse erkundend nähern. Anregungen dazu finden sich in Franke & Reinhold (2016, 177-183). Das Herstellen von Würfelmodellen (Massiv- oder Kantenmodell), Würfelnetzen und Bauplänen ist ein Schwerpunkt der 3. und 4. Klasse, lässt sich aber auch bereits in der 1. und 2. Klasse anbahnen.

### *Quader*

Die oben beschriebenen Aktivitäten mit Würfeln lassen sich grundsätzlich auch auf Quader übertragen. Da in der Umwelt äusserst unterschiedliche Quader zu finden sind, ist es wichtig, dass sich die Schülerinnen und Schüler im Unterricht auch mit Quadern auseinandersetzen, die dem Prototyp nur wenig ähnlich sind (Franke & Reinhold 2016).

### *Kugel*

Zur Kugel finden sich weder bei Franke & Reinhold (2016) noch bei Radatz & Rickmeyer (1991) didaktische Hinweise für den Unterricht in der 1. und 2. Klasse. Einzelne Hinweise können dem Begleitband des Zahlenbuchs zur Frühförderung (Wittmann & Müller 2010a) und dem Begleitband zum Schweizer Zahlenbuch 1 (Hengartner & Wieland 2012) entnommen werden. In beiden Begleitbänden wird beschrieben, dass die Schülerinnen und Schüler Kugeln (und auch andere Körper) am besten *er-fassen*, wenn sie diese mit ihren Händen formen und beschreiben, was sie machen müssen, um schöne Ku-

geln zu erhalten. Form und Funktion von Kugeln sollen in Beziehung gesetzt und mit Form und Funktion von Würfeln und Quadern verglichen werden.

### 3. Planung, Arrangement/Gestaltung, Ablauf der Spiel- und Lernsequenz

#### 3.1 Überblick und Aufbau

Für die Auseinandersetzung mit den Körpern Kugeln, Würfel und Quader wurde eine Lernumgebung mit vielfältigen Aufgaben vorbereitet. Die Bearbeitung der Aufgaben sollte den Schülerinnen und Schülern der 1./2. Klasse ermöglichen, Kompetenzen im Bereich Form und Raum zu entwickeln (siehe Tabelle 1). Bei der Zusammenstellung der Aufgaben wurde darauf geachtet, alle Handlungsaspekte (Operieren und Benennen, Erforschen und Argumentieren, Mathematisieren und Darstellen) und die zentralen Aspekte der fachdidaktischen Grundlagen (siehe Kapitel 2.4) zu berücksichtigen. Weiter dienten als Ausgangspunkt die Lehrmittel *Das Zahlenbuch zur Frühförderung* und das obligatorische Mathematiklehrmittel *Schweizer Zahlenbuch 1 und 2*. Die Aufgaben wurden möglichst offen gestaltet, damit Differenzierungsmöglichkeiten vorhanden waren und eine eigenständige Bearbeitung durch die Schülerinnen und Schüler ermöglicht wurde. Eine Übersicht über die Themen und Aufgaben der Lernumgebung findet sich in nachfolgender Tabelle 2. Die Aufgaben werden in Kapitel 4 mit Fotos aus der Umsetzung konkretisiert.

Eine Ideensammlung für gemeinsame Einstiege bzw. Aktivitäten und Fragen für Reflexionsgespräche sowie eine Übersicht über den geplanten Ablauf der beiden Doppellektionen folgen anschliessend.

Tab. 2: Übersicht über die Themen und Aufgaben der Lernumgebung

Thema	Aufgabe	Material	Mögliche Kompetenzentwicklung
Nachbauen nach Abbildung	Die Schülerinnen und Schüler bauen mit Würfeln die abgebildeten Gegenstände nach.	– Karten mit Abbildungen (Abbildungen aus Spiele zur Frühförderung 1 Seite 19, siehe 6.2) – Würfel	– MA.2.A.2.b
Freies bauen und nachbauen aus der Erinnerung	In einem ersten Schritt bauen die Schülerinnen und Schüler etwas mit einer selbstgewählten Anzahl an Würfeln. Danach decken sie ihr Bauwerk mit einem Schachteldeckel ab und bauen dieses aus der Erinnerung nach. Anschliessend nehmen sie den Schachteldeckel weg und überprüfen, ob ihr aus der Erinnerung nachgebautes Bauwerk dem Original entspricht.	– Würfel – Schachteldeckel und -boden	– MA.2.C.3.c
Kugel, Würfel und Quader formen	Aus Plastilin formen die Schülerinnen und Schüler Kugeln, Würfel und Quader. Gelingt es, unterschiedliche Quader zu formen?	– Plastilin – Unterlage	– MA.2.A.2.b – MA.2.A.2.c
Würfel und Quader bauen aus Quadraten und Rechtecken	Aus quadratischen und rechteckigen Kunststoffformen bauen die Schülerinnen und Schüler Würfel und Quader.	– Quadrate und Rechtecke aus der Schachtel „Mit Flächen bauen – mit Flächen lernen“ (siehe 6.2) – Klebstreifen	– MA.2.A.2.b – MA.2.B.1.d – MA.2.B.2.a – MA.2.B.2.b – MA.2.C.1.g
Kugel, Würfel und Quader ertasten	In einem Tastsack hat es verschiedene Holzkugeln, -würfel und -quader. Die Schülerinnen und Schüler ertasten, beschreiben und ordnen die Körper.	– Tastsack – Holzkugeln, -würfel und -quader	– MA.2.A.1.a – MA.2.A.1.b – MA.2.A.1.e – MA.2.B.1.a – MA.2.B.2.a – MA.2.C.3.a
Abbildungen von Gegenständen den Körperformen zuordnen	Die Schülerinnen und Schüler ordnen die Abbildungen von Gegenständen den Körpern Kugel, Würfel und Quader zu.	– Karten mit Abbildungen von Gegenständen	– MA.2.A.1.e – MA.2.A.1.f

Würfelgebäude nach Aufsichten bauen und Aufsichten zeichnen	Gezeichnete Aufsichten von Würfelgebäuden liegen vor und die Schülerinnen und Schüler bauen diesen Aufsichten entsprechende Würfelgebäude. Würfelgebäude können frei gebaut werden und anschliessend wird eine Aufsicht gezeichnet.	– Würfel – Gezeichnete Aufsichten – Karten	– MA.2.C.1.d – MA.2.C.1.e
Wie viele Würfel?	Die Schülerinnen und Schüler versuchen herauszufinden, wie viele Würfel auf den Karteikarten gezeichnet sind.	– Karteikarten „Wie viele Würfel?“ aus der Rechenkartei „Geometrie im Kopf“ (siehe 6.2) – evtl. Notizpapier	– MA.1.A.3.c – MA.1.A.3.d
Würfel in Treppen und grösseren Würfeln zählen	Der Vorlage entsprechend werden Treppen und grössere Würfel nachgebaut und die Anzahl der verwendeten Würfel gezählt.	– Aufgabe 2 und 3 Seite 42 aus dem „Schweizer Zahlenbuch 2“ (Schulbuch) – Würfel	– MA.1.A.3.c – MA.1.A.3.d
Bausteine in Mauern und Türmen	Der Vorlage entsprechend werden die Mauern und Türme nachgebaut und die Anzahl der verwendeten Quader gezählt. Die Schülerinnen und Schüler überlegen, wie viele Quader es für eine 10-stöckige Mauer oder einen 10-stöckigen Turm brauchen würde.	– Aufgabe 3 und 4 Seite 43 aus dem „Schweizer Zahlenbuch 2“ (Schulbuch) – Quader (z.B. Streichholzschachteln)	– MA.1.A.3.c – MA.1.A.3.d – MA.3.A.3.c

### Ideensammlung für gemeinsame Einstiege bzw. Aktivitäten

- Verschiedene Kugeln, Würfel und Quader (Modelle) liegen in der Sitzkreismitte und werden von den Schülerinnen und Schülern geordnet. Entweder wird kategoriensuchend oder kategoriengeleitet vorgegangen.
- Die Schülerinnen und Schüler halten die Hände hinter den Rücken und ertasten einen Körper (Modell oder Gebrauchsgegenstand). Entweder beschreiben und benennen sie diesen oder sie legen ihn zum entsprechenden Modell hin.
- Die Schülerinnen und Schüler erhalten ein Stück Plastilin und formen einen der Körper. Entweder können sie frei wählen und die Mitschülerinnen und -schüler dürfen anschliessend den geformten Körper benennen oder ein Körper ist vorgegeben und anschliessend wird ausgetauscht, wie man diesen am besten formen kann.

Möglicher Vers:

„Mir chnäte, mir chnäte alli mitenand

mir chnäte dr Chnät i üsere Hand.

Mir rugele ä Chugele, rugeli rugeli rund.

Mir rugele ä Chugele, rugeli rugeli rund.“

- Gebrauchsgegenstände liegen in der Sitzkreismitte und werden von den Schülerinnen und Schülern den Körperformen zugeordnet.
- In der Sitzkreismitte liegen Gebrauchsgegenstände. Die Schülerinnen und Schüler spielen das Spiel „Ich sehe was, was du nicht siehst, und ...“.

#### Gebrauchsgegenstände

Kugel: Bälle, Murmeln, Perlen, Orangen, Erbsen, Beeren, Pralinen, Kaugummis, Lutscher, Styroporkugeln, Weihnachtsbaumkugeln, Globus ...

Würfel: Bauklötze, Spielwürfel, Zettelblock, Schachteln ...

Quader: Bauklötze, Streichholzschachtel, Ziegelsteine, Bodenplättchen, Zuckerstückchen, Verpackungen, Kisten, Bücher ...

#### Fragen für Reflexionsgespräche

- Was hast du über Kugeln, Würfel und Quader herausgefunden?
- Wie beschreibst du Kugeln, Würfel und Quader?
- Was weisst du Neues über Kugeln, Würfel und Quader?

#### Ablauf der beiden Doppellektionen

- Gemeinsamer Einstieg
- kurz Übersicht über die Themen und Aufgaben der Lernumgebung (nur in erster Doppellektion)
- Arbeit an der Lernumgebung
- Gemeinsame Aktivität

- Arbeit an der Lernumgebung
- Auswertung/Reflexion

### 3.2 Entwicklungen und Veränderungen – wo und wie kann Einblick in Prozesse und Ergebnisse des Spielens und Lernens genommen werden?

Kompetenzentwicklungen der Schülerinnen und Schülern können einerseits während der Arbeit an der Lernumgebung und andererseits während den gemeinsamen Einstiegen bzw. Aktivitäten, den Reflexionsgesprächen und den Auswertungen/Reflexionen beobachtet werden. Produkte und Ergebnisse ermöglichen zudem eine Einschätzung der Kompetenzentwicklung nach dem Unterricht. Da während der Arbeit an der Lernumgebung eine individuelle Lernbegleitung möglich ist, lässt sich beobachten, wie die einzelnen Schülerinnen und Schüler die Aufgaben bearbeiten, wie sie handeln, welche Produkte und Ergebnisse entstehen und über welche Kompetenzen sie dabei verfügen. Hilfreich für das Beobachten können die der Spiel- und Lernsequenz entsprechenden Leitfragen bzw. Beurteilungsgesichtspunkte des 1. Zyklus (siehe Hinweis in Kapitel 6.1) sein. Weitere Leitfragen bzw. Beurteilungsgesichtspunkte für den 2. Zyklus können entsprechend formuliert werden. Diese Leitfragen und Beurteilungsgesichtspunkte können auch Grundlage fürs Beobachten während den gemeinsamen Einstiegen bzw. Aktivitäten, den Reflexionsgesprächen und den Auswertungen/Reflexionen sein. Damit die Beobachtungen während dem Unterricht festgehalten werden können, wird mit Leitfragen und Beurteilungsgesichtspunkten ein Raster erstellt (Tabelle 3). Detaillierte Beschreibungen haben im Raster nicht Platz und müssen bei Bedarf auf einem Zusatzblatt oder auf Post-it's notiert werden.

Tab. 3: Raster zum Festhalten von Beobachtungen

<b>Leitfragen und Beurteilungsgesichtspunkte</b>	<b>Name</b>							
Benennt Kugel und Würfel?								
Versteht und verwendet den Begriff Körper?								
Versteht und verwendet die Begriffe Würfel und Quader?								
Erkennt und benennt Kugel, Würfel und Quader in der Umwelt und auf Bildern?								
Formt Kugel und Würfel?								
Zerlegt Kugel und Würfel und setzt sie wieder zusammen?								
Ertastet Kugel und Würfel?								
Erforscht Körper und formuliert Beziehungen?								
Erforscht und beschreibt Eigenschaften von Körpern?								
Zeichnet die Aufsicht von Würfelgebäuden?								
Baut und beschreibt Würfelgebäude entsprechend der Aufsicht?								
Stellt aus Quadraten und Rechtecken Würfel und Quader her?								
Baut aus der Erinnerung Körper und deren Anordnung nach?								
Addiert, subtrahiert und multipliziert im Zahlenraum bis 100?								
Führt nichtlineare Zahlenfolgen weiter?								

#### 4. „Einblicke“ – was zeigt sich in der Umsetzung

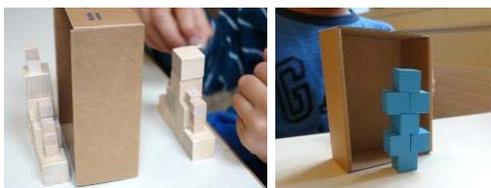
##### Lernumgebung

Die Schülerinnen und Schüler arbeiteten konzentriert und mit Freude an der Lernumgebung. Sie konnten die Aufgaben eigenständig bearbeiten. Einzelne Schülerinnen und Schüler bearbeiteten die Aufgaben mehrheitlich alleine, andere tauschten Vorgehensweisen oder entstandene Produkte mit Mitschülerinnen und Mitschülern aus. Tauchten bei einer Aufgabe Fragen auf, wurden diese meistens denjenigen Schülerinnen und Schülern gestellt, die gleichzeitig dieselbe Aufgabe bearbeiteten. Die Aufgaben zu den Themen „*Freies bauen und nachbauen aus der Erinnerung*“ und „*Würfelgebäude nach Aufsichten bauen und Aufsichten zeichnen*“ wurden von vielen Schülerinnen und Schülern während den beiden Doppellektionen mehrmals bearbeitet. Nachfolgend wird mit einigen Fotos und Arbeitsblättern ein Einblick in die Arbeit an der Lernumgebung gegeben.

##### Nachbauen nach Abbildung



##### Freies bauen und nachbauen aus der Erinnerung



##### Kugel, Würfel und Quader formen



##### Würfel und Quader bauen aus Quadraten und Rechtecken



##### Kugel, Würfel und Quader ertasten



##### Abbildungen von Gegenständen den Körperformen zuordnen





### Reflexionsgespräche

Durch die individuelle Lernbegleitung war es der Lehrperson möglich, mit einzelnen Schülerinnen und Schülern während der Arbeit an der Lernumgebung kurze Reflexionsgespräche zu führen. Den Reflexionsgesprächen ging stets eine Phase des Beobachtens voraus. Anschliessend gab die Lehrperson den Schülerinnen und Schülern eine Rückmeldung, liess sich etwas erklären oder zeigen und stellte Fragen. Neben den Beobachtungen gaben die Ausführungen der Schülerinnen und Schüler weitere Hinweise zu deren Kompetenzentwicklung.

### Auswertung/Reflexion

Jeweils am Schluss der beiden Doppellektionen fand eine gemeinsame Auswertung/Reflexion im Sitzkreis statt. Die Schülerinnen und Schüler teilten ihre Gedanken und Erkenntnisse mit oder erklärten den Mitschülerinnen und Mitschülern ihre Produkte. Beides ist nach Wittmann & Müller (2010a) und Keller et al. (2008) für die Phase der Auswertung/Reflexion zentral.

## 5. Kommentierung, Reflexion, Fazit, Folgerungen

### 5.1 Woran zeigt sich Kompetenzorientierung?

Sowohl die Lernumgebung als auch die gemeinsamen Einstiege bzw. Aktivitäten und die Reflexionsgespräche standen im Dienste des Kompetenzerwerbs. Die ausgewählten Themen und Aufgaben ermöglichten den Schülerinnen und Schülern das Entwickeln von Kompetenzen, insbesondere im Kompetenzbereich Form und Raum. Vorwissen und Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler wurden bei der Planung der Lernumgebung einbezogen. Die Aufgaben wurden, wie in Kapitel 3.1 beschrieben, möglichst offen gestaltet, damit Differenzierungsmöglichkeiten vorhanden waren und eine eigenständige Bearbeitung durch die Schülerinnen und Schüler möglich war. Die Lernbegleitung erfolgte individuell und ermöglichte der Lehrperson, die Schülerinnen und Schüler zu beobachten, ihnen Rückmeldungen zu geben, sich etwas erklären oder zeigen zu lassen sowie Fragen zu stellen. Mit den gemeinsamen Auswertungen/Reflexionen wurde zudem zur Reflexion angeleitet und den Schülerinnen und Schülern ermöglicht, über Lernprozesse und Erkenntnisse nachzudenken.

### 5.2 Chancen und Herausforderungen in der Lernbegleitung

Eine besondere Herausforderung in der Lernbegleitung zeigte sich darin, dass durch die erstmalige Auseinandersetzung der Schülerinnen und Schüler mit den drei Körperformen im Unterricht wenig bekannt war über ihr Vorwissen und über ihre bisherigen Erfahrungen. Daher wurde für die Planung der Lernumgebung, wie in Kapitel 2.3 beschrieben, davon ausgegangen, dass sich Vorwissen, Können und Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler sehr unterschieden. Für das Zusammenstellen der Aufgaben wurde daher versucht, viele Aufgaben so zu gestalten, dass Differenzierungsmöglichkeiten vorhanden waren. So konnte beispielsweise bei den Themen „*Freies bauen und nachbauen aus der Erinnerung*“ und „*Würfelgebäude nach Aufsicht bauen und Aufsichten zeichnen*“ die Anzahl verwendeter Würfel selbst gewählt werden. Beim Thema „*Würfel und Quader bauen aus Quadraten und Rechtecken*“ entschieden die Schülerinnen und Schüler, ob sie einen oder beide Körper bauen wollten. Es bestand auch die Möglichkeit, mehrere Würfel oder Quader in unterschiedlicher Grösse oder Form zu bauen. Den Schülerinnen und Schülern wurden alle Karteikarten *Wie viele Würfel?* zur Verfügung gestellt. Somit konnten sie auswählen, ob sie eine Karte mit einem kleinen oder grossen Würfelgebäude (beispielsweise mit acht oder 981 Würfeln) nahmen und die Anzahl Würfel bestimmten.

Das eigenständige Bearbeiten der Aufgaben durch die Schülerinnen und Schüler ermöglichte der Lehrperson eine individuelle Lernbegleitung, was als Chance wahrgenommen wurde. Die Lehrperson konnte die einzelnen Schülerinnen und Schüler beobachten, falls notwendig unterstützen oder mit ihnen über ihre Erkenntnisse sprechen. Die Ausführungen der Schülerinnen und Schüler gaben zusätzlich zu den Beobachtungen weitere Hinweise zu deren Kompetenzentwicklung. Zudem konnte die Lehrperson individuell Anregungen geben. Ein Schüler legte beispielsweise beim Thema „*Würfel und Quader bauen aus Quadraten und Rechtecken*“ ein Würfelnetz vor sich auf den Tisch, veränderte es und fragte halblaut vor sich hin: „Gäbe das auch ein Würfel?“ Die Lehrperson regte ihn an, dies auszuprobieren oder die Netze auf Papier aufzuzeichnen und dies auch bei den Quadern zu versuchen. Weiter wurde das Festhalten der Beobachtungen während dem Unterricht als Chance in der Lernbegleitung wahrgenommen. Durch die Leitfragen bzw. Beurteilungsgesichtspunkte im Raster (vgl. Tabelle 3) konnten beobachtete Handlungen der Schülerinnen und Schüler rasch vermerkt werden.

### 5.3 Geplant und realisiert – Vergleich Planung und Umsetzung

Die Spiel- und Lernsequenz konnte der Planung entsprechend durchgeführt werden. Weder am geplanten Ablauf der beiden Doppellektionen noch an der Lernumgebung selbst wurden Änderungen vorgenommen. Dass die gemeinsame Aktivität der ersten Doppellektion, das Formen einer Kugel aus Plastilin, auch für den Einstieg in die zweite Doppellektion gewählt wurde, war nicht so geplant, wurde aber aufgrund der Beobachtungen beim Formen so gewählt. Die Umsetzung zeigte, dass die Aufgaben der Lernumgebung für die meisten Schülerinnen und Schüler passend waren und das Arbeiten an den entsprechenden Kompetenzen im Bereich Form und Raum ermöglichte. Für zwei Schüler, die bereits über viele Kompetenzen verfügten, hätte die Lernumgebung anspruchsvollere Aufgaben beinhalten müssen. Darauf wird im nächsten Abschnitt eingegangen.

### 5.4 Reflexion, Erfahrungen aus der Umsetzung und Folgerungen

Wie in Kapitel 4 dargelegt, gab es Aufgaben, die von den Schülerinnen und Schüler mehrmals bearbeitet wurden. So konnte beispielsweise beobachtet werden, wie beim Thema „*Freies bauen und nachbauen aus der Erinnerung*“ Würfelgebäude mit immer mehr Würfeln und anspruchsvolleren Architekturen gebaut wurde oder wie beim Formen der Körper an der Präzision gearbeitet wurde und unterschiedliche Quader entstanden. Die Offenheit bei vielen Aufgaben ermöglichte dies. Differenzierungsmöglichkeiten waren jedoch nicht bei allen Aufgaben vorhanden. Für die Aufgabe beim Thema „*Nachbauen nach Abbildung*“ lagen nur die Bilder mit Gegenständen gebaut aus acht Holzwürfeln aus dem Zahlenbuch Spiele zur Frühförderung 1 (Wittmann & Müller 2010b) vor. Allen Schülerinnen und Schülern gelang es, diese Bilder nachzubauen. Zur Differenzierung hätten weitere und anspruchsvollere Bilder vorhanden sein müssen. Auch bei der Aufgabe zum Thema „*Würfel und Quader bauen aus Quadraten und Rechtecken*“ würde sich eine Erweiterung der Aufgabe mit dem Zeichnen von Netzen anbieten. Alle Aufgaben der Lernumgebung müssten dementsprechend nochmals auf Differenzierungsmöglichkeiten hin betrachtet und überarbeitet werden. Dies bedeutet, noch mehr Kompetenzstufen des 2. Zyklus zu berücksichtigen, als dies die hier beschriebene Lernumgebung bereits zeigt. Entsprechend weitergedacht, könnte die Lernumgebung mehr geöffnet oder umfassender werden und auch weitere Körper (Zylinder, Pyramide) beinhalten. Für einen Einsatz in Kindergarten- und Basisstufenklassen wäre wichtig, das freie Bauen aller Kinder stärker in die Lernumgebung einzubeziehen (vgl. Kapitel 2.4).

Die gemeinsamen Aktivitäten waren nicht nur wichtig für die Rhythmisierung des Unterrichts, sondern dienen ebenso wie die Phasen der Auswertung/Reflexion dem Formulieren von Erkenntnissen. In den beiden Doppellektionen erfolgten alle Phasen der Auswertung/Reflexion mündlich im Sitzkreis. Dies könnte beispielsweise kombiniert werden mit dem Führen eines Lernjournals. Dadurch ergäben sich weitere Möglichkeiten, mit den Schülerinnen und Schülern über ihre Lernprozesse zu sprechen und an überfachlichen Kompetenzen zu arbeiten.

## 6. Literaturverzeichnis, Lehrmittel und Materialien

### 6.1 Literaturverzeichnis

D-EDK (2016). Lehrplan 21. Fachbereichslehrplan Mathematik. [Online] Verfügbar unter: [http://v-ef.lehrplan.ch/lehrplan\\_printout.php?k=1&ekalias=0&fb\\_id=5](http://v-ef.lehrplan.ch/lehrplan_printout.php?k=1&ekalias=0&fb_id=5) [091016]

Franke, M. & Reinhold, S. (2016). Didaktik der Geometrie in der Grundschule. 3. Aufl. Berlin/Heidelberg: Springer Spektrum.

Radatz, H. & Rickmeyer, K. (1991). Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen. Hannover: Schroedel.

Hinweis:

Leitfragen bzw. Beurteilungsgesichtspunkte für den 1. Zyklus im Bereich Mathematik wurden zusammengestellt und werden demnächst veröffentlicht (Instrument: Entwicklung beobachten und Lernen begleiten)

## 6.2 Lehrmittel und Materialien

Blum, D.; Blum-Keller, I.; Matter, U. & Nydegger, A. (2008). Mit Flächen bauen – mit Flächen lernen. Zug/Bern: Klett und Balmer/schulverlag.

Hengartner, E. & Wieland, G. (2012). Schweizer Zahlenbuch 1. Begleitband mit CD-ROM. Zug: Klett und Balmer.

Hengartner, E. & Wieland, G. (2012). Schweizer Zahlenbuch 2. Zug: Klett und Balmer.

Keller, B. & Müller, B. (2008). Kinder begegnen Mathematik. Ordner Kindergarten. Lehrmittelverlag des Kantons Zürich.

Wittmann, E. & Müller, N. (2010a). Das Zahlenbuch. Begleitband zur Frühförderung. Zug: Klett und Balmer.

Wittmann, E. & Müller, N. (2010b). Das Zahlenbuch. Spiele zur Frühförderung 1. Zug: Klett und Balmer.

Wittmann, E. & Müller, G. (2016). Geometrie im Kopf. Basiskurs Formen. 3./4. Schuljahr. Kartei. Zug: Klett und Balmer.